

ГЛАВА ПЯТАЯ

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА

§ 24. Приближенное построение сетки характеристик

В предыдущих главах мы получили решения различных задач, относящихся к распространению длинных волн в каналах и реках.

Решение задач было получено путем интегрирования уравнений (2.1) для неустановившегося движения при отсутствии сил сопротивления. При решении этих задач (§ 17) были получены простые формулы для определения экстремальных значений скоростей и глубин. Эти формулы иногда являются достаточными для решения того или иного технического вопроса. Точные решения, приведенные в гл. 2 и 3, дают принципиальную возможность построить и все неустановившееся движение, т. е. вычислить в любой момент времени и в любом месте глубину и среднюю скорость. Однако эти решения, хотя и полученные в некоторой своей части в виде определенных интегралов, мало удобны для вычислений. Исключение составляет лишь случай русла, соответствующего параболе второй степени $(\eta = \frac{3}{2})$. Поэтому возникает вопрос о разработке на основании полученных точных решений приближенного метода, который позволял бы производить все расчеты быстро и с достаточной степенью точности.

В 1901 — 1905 гг. Massau [25] предложил приближенный метод решения линейных и нелинейных уравнений гиперболического типа.

В последнее время Буземаном и Прандтлем [7] этот метод был применен для решения некоторых задач, относящихся к плоскому установившемуся движению газа при сверхзвуковых скоростях. Этот метод также применен Ф. И. Франклем и И. А. Кибелем [32] к решению различных задач, относящихся к одномерному движению газа.

Предлагаемый метод расчета волн совпадает с методом Massau. Однако расчет производится аналитически, так как графический метод при его проверке оказался недостаточно точным.

Кроме того, теоремы, изложенные в § 11, при незначительном видеоизменении этого метода дают возможность получить простую оценку для погрешности и тем самым делают этот метод вполне надежным [33].

Начнем изложение этого метода с последовательного рассмотрения задачи об определении волны, которая возникает в результате встречи прямой и обратной волн (§ 12).

Эта задача приводится к построению решения уравнений (3.10)

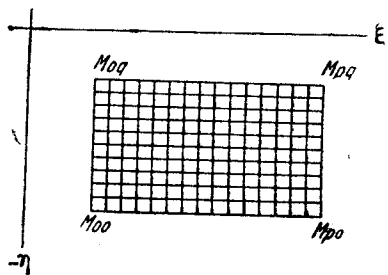
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial \xi} &= \left(U - \sqrt{\frac{gF}{B}} \right) \frac{\partial t}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial s}{\partial \eta} &= \left(U + \sqrt{\frac{gF}{B}} \right) \frac{\partial t}{\partial \eta} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

по данным значениям t и s на двух характеристиках различных семейств. Допустим для определенности, что прямая волна есть волна повышения, а обратная волна — волна понижения. Волна, возникающая при встрече этих двух, будет типа прямой волны повышения (§ 14). В плоскости $\xi\eta$ область, в которой определяется решение, изображена на фиг. 57, причем характеристики $M_{00}M_{p0}$ и $M_{00}M_{0q}$ отвечают соответственно прямой и обратной волне. Нанесем в плоскости ts (фиг. 58) характеристики $M_{00}M_{p0}$ и $M_{00}M_{0q}$, принадлежащие прямой и обратной волне (граничные данные). Эти кривые изображают законы распространения фронтов возникшей волны. Мы знаем, что соответствующее решение уравнений (3.10) существует, единственно и определено в области прямоугольника $M_{00}M_{p0}M_{pq}M_{0q}$ (фиг. 57).

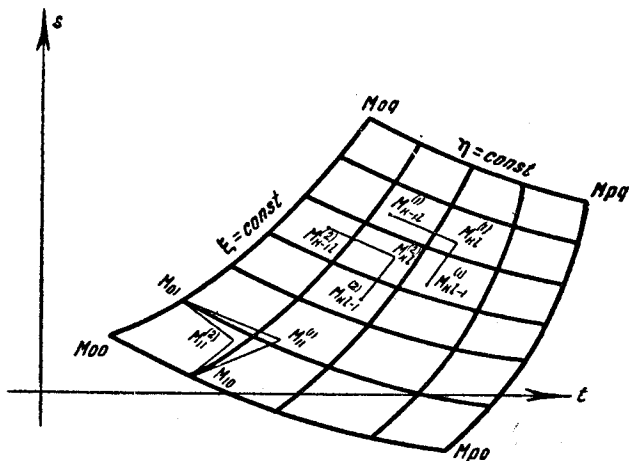
Пусть это решение будет:

$$\left. \begin{aligned} t &= t(\xi, \eta), \\ s &= s(\xi, \eta). \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Придавая ξ и η постоянные значения, мы получим сетку характеристик. В плоскости $\xi\eta$ эта сетка будет сеткой прямых $\xi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$. В пло-



Фиг. 57.



Фиг. 58.

кости ts эта сетка будет, на основании теорем V и VI (§ 11), иметь вид, изображенный на фиг. 58. Это справедливо, конечно, при условии отсутствия разрушения волны.

Перенумеруем характеристики $\xi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$, нанесенные в плоскостях $\xi\eta$ и ts :

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_l, \quad l = 0, 1, 2, \dots, q, \\ \xi &= \xi_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, p, \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

причем характеристики $\eta = \eta_0$ и $\xi = \xi_0$ отвечают известным заранее характеристикам $M_{00}M_{p0}$ и $M_{00}M_{0q}$. Будем обозначать точки пересечения характеристик (5.2) буквами M_{kl} . Индексы k и l указывают номера характеристик $\xi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$, пересекающихся в этих точках.

В плоскости ts каждая точка M_{kl} отвечает некоторому сечению канала в определенный момент времени, а соответствующая точка в плоскости $\xi\eta$ определяет глубину и среднюю скорость, которые имеют место в этот момент в этом сечении. Действительно, зная ξ и η , по формулам (3.3)

$$U = \frac{1}{2}(\xi + \eta), \quad \lambda(F) = \frac{1}{2}(\xi - \eta) \quad (3.3)$$

можно сразу же вычислить U и F .

Имея достаточно густо построенную сетку кривых $\xi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$ в плоскости ts и соответствующую сетку прямых в плоскости $\xi\eta$, можно указать глубины и скорости, которые имеют место в различных сечениях канала. Имея эти сетки, можно построить мгновенные профили волны и кривые изменения скорости и глубины в данном сечении канала.

Таким образом, определение неустановившегося движения в канале приводится к построению сетки характеристик в плоскости ts , соответствующей данной сетке характеристик в плоскости $\xi\eta$ (ср. это с теоремой II, § 7).

Дифференциальные уравнения этих характеристик будут:

первое семейство:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \xi_k = \text{const}, \\ ds &= \left(U + \sqrt{\frac{gF}{B}} \right) dt, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

второе семейство:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_l = \text{const}, \\ ds &= \left(U - \sqrt{\frac{gF}{B}} \right) dt. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Заменяя кривые в плоскости ts ломаными линиями и пользуясь данными вдоль линий $M_{00}M_{p0}$ и $M_{00}M_{0q}$, можно, двигаясь последовательно от точки к точке, подстроить при помощи уравнений (3.1) и (3.2) сетку ломаных линий в плоскости ts . Более того, при соответствующем выборе угловых коэффициентов характеристик можно построить две сетки ломаных линий, между которыми наверное будет заключаться сетка характеристик. Мы получим, таким образом, возможность оценить погрешность, происходящую от замены сетки характеристик сеткой ломаных линий.

Обозначим угловой коэффициент касательной к характеристике $\xi = \xi_k$ в точке $\xi = \xi_k$, $\eta = \eta_l$ через W_{kl} , а угловой коэффициент касательной к характеристике $\eta = \eta_l$ в той же точке через Ω_{kl} .

Имеем:

$$\left. \begin{aligned} W_{kl} &= U_{kl} + \sqrt{\frac{gF_{kl}}{B_{kl}}} \\ \Omega_{kl} &= U_{kl} - \sqrt{\frac{gF_{kl}}{B_{kl}}} \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

Нанесем в плоскости $\xi\eta$ сетку прямых

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \xi_0 + k \Delta \xi, \\ \eta &= \eta_0 + l \Delta \eta, \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

причем $|\Delta \xi| = |\Delta \eta| = \delta$.¹

В рассматриваемом случае $\Delta \xi = \Delta \eta = \delta$. В точках пересечения прямых (5.4) нам известны угловые коэффициенты касательных (5.3) к характеристикам $\xi = \text{const}$ и $\eta = \text{const}$ в плоскости ts .

Рассматриваемая волна происходит в результате встречи прямой волны повышения и обратной волны понижения и, следовательно, принадлежит к типу прямой волны повышения (§ 14). Характеристики обоих семейств в плоскости ts , соответствующие этой волне, имеют вогнутость, направленную в сторону положительных значений s . Принимая это во внимание, проведем из точек M_{10} и M_{01} прямые с угловыми коэффициентами W_{10} и Ω_{11} . Точку пересечения этих прямых обозначим $M_{11}^{(1)}$. Точно так же, проводя через точки M_{10} и M_{01} прямые с угловыми коэффициентами W_{11} и Ω_{01} , получим в их пересечении точку $M_{11}^{(2)}$. Принимая во внимание направление вогнутости характеристик, заключаем, что характеристика $\eta = \eta_1$ проходит внутри угла $M_{11}^{(1)} M_{01} M_{11}^{(2)}$, а характеристика $\xi = \xi_1$ — внутри угла $M_{11}^{(1)} M_{10} M_{11}^{(2)}$. Покажем, как, продолжая дальше, построить две сетки ломаных линий. Эти сетки в дальнейшем будем называть первой и второй и будем снабжать все величины, относящиеся к этим сеткам, соответствующим индексом.

Допустим, что нам известны точки $M_{k-1,l}^{(1)}$, $M_{k,l-1}^{(1)}$, $M_{k-1,l}^{(2)}$ и $M_{k,l-1}^{(2)}$. Проведем через точки $M_{k-1,l}^{(1)}$ и $M_{k,l-1}^{(1)}$ прямые с угловыми коэффициентами Ω_{kl} и $W_{k,l-1}$ (фиг. 58):

$$\left. \begin{aligned} s - s_{k,l-1}^{(1)} &= W_{k,l-1} (t - t_{k,l-1}^{(1)}) \\ s - s_{k-1,l}^{(1)} &= \Omega_{kl} (t - t_{k-1,l}^{(1)}) \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Решая эту систему уравнений, найдем точку $M_{kl}^{(1)}$:

$$\left. \begin{aligned} t_{kl}^{(1)} &= \frac{W_{k,l-1} t_{k,l-1}^{(1)} - s_{k,l-1}^{(1)} \Omega_{kl}}{W_{k,l-1} - \Omega_{kl}} - \frac{\Omega_{kl} t_{k-1,l}^{(1)} - s_{k-1,l}^{(1)} W_{k,l-1}}{W_{k,l-1} - \Omega_{kl}}, \\ s_{kl}^{(1)} &= \Omega_{kl} \frac{W_{k,l-1} t_{k,l-1}^{(1)} - s_{k,l-1}^{(1)} \Omega_{kl}}{W_{k,l-1} - \Omega_{kl}} - W_{k,l-1} \frac{\Omega_{kl} t_{k-1,l}^{(1)} - s_{k-1,l}^{(1)} W_{k,l-1}}{W_{k,l-1} - \Omega_{kl}} \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

Точно так же, проводя через точки $M_{k,l-1}^{(2)}$ и $M_{k-1,l}^{(2)}$ прямые с угловыми коэффициентами W_{kl} и $\Omega_{k-1,l}$, получим для координат точки $M_{kl}^{(2)}$ следующие

¹ В некоторых случаях удобнее производить деление не на равные интервалы, а пользоваться теми значениями, при которых вычислены начальные данные.

выражения:

$$\left. \begin{aligned} t_{kl}^{(2)} &= \frac{W_{kl} t_{k, l-1}^{(2)} - s_{k, l-1}^{(2)}}{W_{kl} - \Omega_{k-1, l}} - \frac{\Omega_{k-1, l} t_{k-1, l}^{(2)} - s_{k-1, l}^{(2)}}{W_{kl} - \Omega_{k-1, l}}, \\ s_{kl}^{(2)} &= \Omega_{k-1, l} \frac{W_{kl} t_{k, l-1}^{(2)} - s_{k, l-1}^{(2)}}{W_{kl} - \Omega_{k-1, l}} - W_{kl} \frac{\Omega_{k-1, l} t_{k-1, l}^{(2)} - s_{k-1, l}^{(2)}}{W_{kl} - \Omega_{k-1, l}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Пользуясь рекуррентными формулами (5.6) и (5.7) и зная значения всех величин вдоль характеристик $\xi = \xi_0$ и $\eta = \eta_0$, т. е. в точках M_{k0} ($k = 0, 1, 2, \dots, p$) и M_{0l} ($l = 0, 1, 2, \dots, q$), получим две сетки ломаных линий, между которыми заключается сетка характеристик. Опираясь на существование решения и на его единственность, можно утверждать, что построенные сетки ломаных линий дают приближенное решение задачи. Получающаяся погрешность определяется разностью значений t и s в соответствующих точках первой и второй сеток.

Если волна, определение которой производится, принадлежит к какому-нибудь другому типу волн (§ 14), то для получения соответствующих сеток надо в формулах (5.6) и (5.7) заменить W и Ω согласно табл. 5.

Таблица 5

	Первая сетка		Вторая сетка	
	Волна типа прямой положительной	$W_{k, l-1}$	Ω_{kl}	W_{kl}
Волна типа обратной положительной	W_{kl}^*	$\Omega_{k-1, l}$	$W_{k, l-1}$	Ω_{kl}
Волна, не испытывающая разрушения	$W_{k, l-1}$	$\Omega_{k-1, l}$	W_{kl}	Ω_{kl}
Смешанная волна	W_{kl}	Ω_{kl}	$W_{k, l-1}$	$\Omega_{k-1, l}$

Результаты вычислений можно представить в виде прямоугольной табл. 6. Одна такая таблица получается для первой сетки, а другая для второй.

Таблица 6

$k \backslash l$	0	1	2	$q-1$	q
0	$U_{00} H_{00}$ $t_{00} s_{00}$	$U_{01} H_{01}$ $t_{01} s_{01}$	$U_{02} H_{02}$ $t_{02} s_{02}$	$U_{0q} H_{0q}$ $t_{0q} s_{0q}$
1	$U_{10} H_{10}$ $t_{10} s_{10}$	$U_{11} H_{11}$ $t_{11} s_{11}$	$U_{12} H_{12}$ $t_{12} s_{12}$	$U_{1q} H_{1q}$ $t_{1q} s_{1q}$
...
p	$U_{p0} H_{p0}$ $t_{p0} s_{p0}$	$U_{p1} H_{p1}$ $t_{p1} s_{p1}$	$U_{p2} H_{p2}$ $t_{p2} s_{p2}$	$U_{pq} H_{pq}$ $t_{pq} s_{pq}$

§ 25. Приближенное решение краевых задач при отсутствии сил сопротивления

В предыдущем параграфе при изложении приближенного метода построения волны было дано приближенное решение задачи об определении интеграла уравнений (3.10) по данным значениям неизвестных функций t и s на двух характеристиках, принадлежащих к различным семействам. Мы разберем сейчас приближенное решение других граничных задач, которые встречались в предыдущих главах.

В § 13 была рассмотрена задача об определении неустановившегося движения по наблюдениям, произведенным в каком-нибудь сечении канала. Эта задача эквивалентна задаче Коши для системы уравнений (3.10). Займемся приближенным решением этой задачи. Построение сетки характеристик производится при помощи рекуррентных формул (5.6) и (5.7).

Граничные данные, отвечающие той или иной задаче, определяют значения искомых величин в ряде начальных точек. Результаты вычислений могут быть всегда представлены в виде таблицы, аналогичной табл. 6. Граничные данные определяют значения неизвестных величин в ряде клеток этой таблицы и притом таким образом, что, исходя из этих данных, можно по формулам (5.6) и (5.7) последовательно заполнить всю таблицу. В предыдущей задаче граничные данные определяли значения U , H , t и s в первой строке и в первом столбце таблицы. В случае задачи Коши граничные данные определяют значения неизвестных величин в диагональных клетках таблицы.

Данные Коши соответствуют тому, что вдоль кривой

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \xi_0(t), \\ \eta &= \eta_0(t) \end{aligned} \right\} \quad (3.45)$$

в плоскости $\xi\eta$, пересекаемой прямыми, параллельными осям координат, только в одной точке, даны значения t и s .

В плоскости ts соответствующие значения t и s расположены вдоль некоторой кривой (в случае определения неустановившегося движения по наблюдениям в сечении $s=0$ эта кривая представляет собой отрезок оси $s=0$).

Разделим промежуток изменения t на m частей и обозначим соответствующие точки деления на кривой (3.45) в плоскости $\xi\eta$ и на соответствующей кривой в плоскости ts через M_{00} , M_{11} , M_{22} , ..., M_{mm} и запишем соответствующие значения U , H , t и s в диагональных клетках прямоугольной таблицы, аналогичной табл. 6. Формулы (5.6) и (5.7), а также формулы

$$\left. \begin{aligned} U_{kl} &= \frac{1}{2} (\xi_{kl} + \eta_{kl}), \\ \lambda(F_{kl}) &= \frac{1}{2} (\xi_{kl} - \eta_{kl}) \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

позволяют последовательно заполнить всю таблицу. Схематическое изображение одной из сеток ломаных линий в плоскости ts , соответствующей полученной таблице, приведено на фиг. 59.

Рассмотрим теперь смешанную задачу, встретившуюся при решении задачи об отражении (§ 16).

Граничные данные, соответствующие этой задаче, состоят из данных значений U , H , t и s вдоль одной из характеристик (для определенности предположим, что эта характеристика будет $\eta = \text{const}$, что соответствует отражению прямой волны) и из условий, определяющих отражение.

Эти условия состоят в том, что вдоль кривой $\eta = \Psi(\xi)$ (3.53) (§ 16), пересекаемой прямыми, параллельными осям координат, только в одной точке, дано $s = 0$.

Обозначим характеристику, вдоль которой даны значения неизвестной функции, через $\eta = \eta_0$ и разобьем соответствующий промежуток изменения ξ на p частей. Внесем значения U , H , t и s , соответствующие полученным точкам деления, в первый столбец табл. 6. Условия в сечении $s = 0$ позволяют найти значения U и H в диагональных клетках таблицы.

А именно, определяем в плоскости $\xi\eta$ точки пересечения кривой $\eta = \Psi(\xi)$ с характеристиками $\xi = \xi_k$ ($k = 0, 1, \dots, p$) путем решения системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} U + \lambda(F) &= \xi_k, \\ U &= \Phi(F), \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

где уравнение $U = \Phi(F)$ отвечает кривой $\eta = \Psi(\xi)$. Решение этой системы обычно производится графическим путем. Полученное решение определяет U_{kk} и H_{kk} . Проведем из точки $M_{k, k-1}$ в плоскости ts прямую с угловым коэффициентом, соответственно равным $\Omega_{k, k-1}$ или Ω_{kk} , до пересечения с прямой $s = 0$.

Получим:

$$s_{kk} = 0, \quad t_{kk} = t_{k, k-1} - \frac{s_{k, k-1}}{\Omega_{kk}}, \quad (5.10)$$

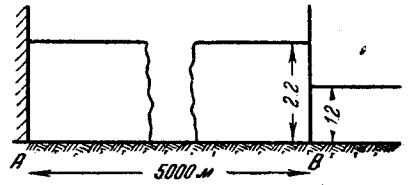
или

$$s_{kk} = 0, \quad t_{kk} = t_{k, k-1} - \frac{s_{k, k-1}}{\Omega_{k, k-1}}. \quad (5.11)$$

Пользуясь этими формулами и формулами (5.6) или (5.7), можно последовательно вычислить значения U , H , t и s во всех клетках треугольной таблицы и получить первую и вторую сетку ломаных линий, между которыми расположена сетка характеристик. Совершенно аналогично можно рассмотреть и более общий случай, когда вдоль диагонали задана какая-то зависимость между t , s , U и H .

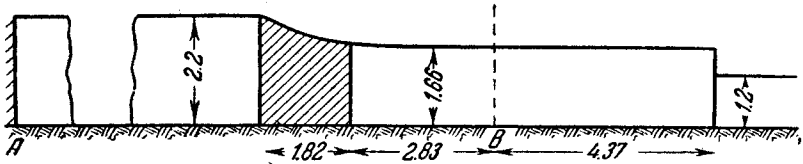
В качестве примера приводим расчет волны, распространяющейся в канале прямоугольного поперечного сечения. В начальный момент канал перегороден двумя стенками (фиг. 60). Неустановившееся движение в канале возникает вследствие полного разрушения одной из стенок.

Примем, что расстояние между стенками равно 5000 м, глубина воды между стенками $H_1 = 2.2$ м, глубина справа от стенки, расположенной в сечении B , равна $H_2 = 1.2$ м. Расчет будет производиться на единицу ширины канала. Ось s направим по направлению от сечения A к сечению B и поместим начало координат в точке A .



Фиг. 60.

Движение жидкости после разрушения стенки можно разделить на четыре различных фазы. Сразу после разрушения стенки возникнет волна, отвечающая случаю а) § 22. В сторону отрицательных значений s распространяется обратная волна понижения, а в сторону положительных значений s — установившееся движение (U_0, H_0) в виде прерывной волны (фиг. 61).



Фиг. 61.

Уравнение обратной волны понижения будет (2.12):

$$\left. \begin{aligned} U + 2\sqrt{gH} &= 2\sqrt{2.2g}, \\ s &= -(3\sqrt{gH} - 2\sqrt{2.2g})t + 5000. \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

Высоту прерывной волны определяем пользуясь табл. 2. Интерполируя, получим:

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= 1.66 \text{ м}, \\ U_0 &= 1.21 \text{ м/сек}, \\ Q_0 &= 2.01 \text{ м}^3/\text{сек}, \\ \theta &= 4.37 \text{ м/сек}. \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

Граница, отделяющая волну понижения от установившегося движения (U_0, H_0), распространяется со скоростью $V_0 = -2.83$ м/сек. На фиг. 61 изображена волна через 1 сек. после начала движения. Фронт волны понижения достигает стенки, расположенной в сечении A ($s = 0$) в момент

$$t_0 = \frac{5000}{\sqrt{2.2g}} \approx 1076 \text{ сек.} \quad (5.14)$$

В этот момент возникнет отраженная волна. Фронт этой волны будет распространяться вдоль обратной волны по характеристике первого семейства, принадлежащей к этой волне.

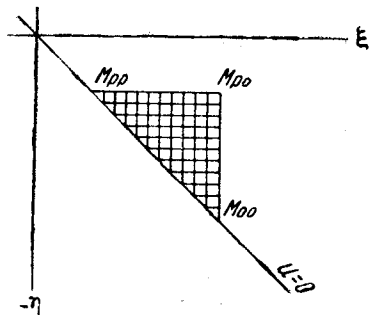
Пользуясь уравнением (2.48) [$t_1(F) = 0$], получим закон распространения этого фронта в виде:

$$\left. \begin{aligned} t &= 1944H^{-\frac{3}{4}}, \\ s &= -(3\sqrt{gH} - 2\sqrt{2.2g})t + 5000. \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

Фронт этой волны достигнет установившегося движения (U_0, H_0) , следующего за рассматриваемой волной понижения, в момент

$$t^* = 1944H_0^{-\frac{3}{4}} = 1330 \text{ сек.}$$

Для определения отраженной волны надо решить смешанную задачу для уравнений (3.10). Кроме данных вдоль характеристики (5.15) (фронт волны), имеем, что в сечении $s=0$ средняя скорость U равна нулю или, иначе говоря, $\eta + \xi = 0$.



Фиг. 62а.

Соответствующая область в плоскости $\xi\eta$ изображена на фиг. 62. Отрезок $M_{c0}M_{p0}$ изображает характеристику (5.15) волны (5.12). Точка M_{pp} изображает глубину, которая устанавливается в конце концов у стенки после прохождения отраженной волны. Эта глубина определяется из формулы (3.54):

$$\bar{H}_0 = 4H_0 - 4\sqrt{H_0H_1} + H_1 = 1.19 \text{ м.}$$

Покажем, что отраженная волна принадлежит к типу волн, не испытывающих разрушения. Действительно, вдоль характеристики (5.15)

$$\frac{\partial t}{\partial \eta} = \frac{\partial t}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \eta} > 0.$$

Так как $s=0$ при $\xi = -\eta$, то

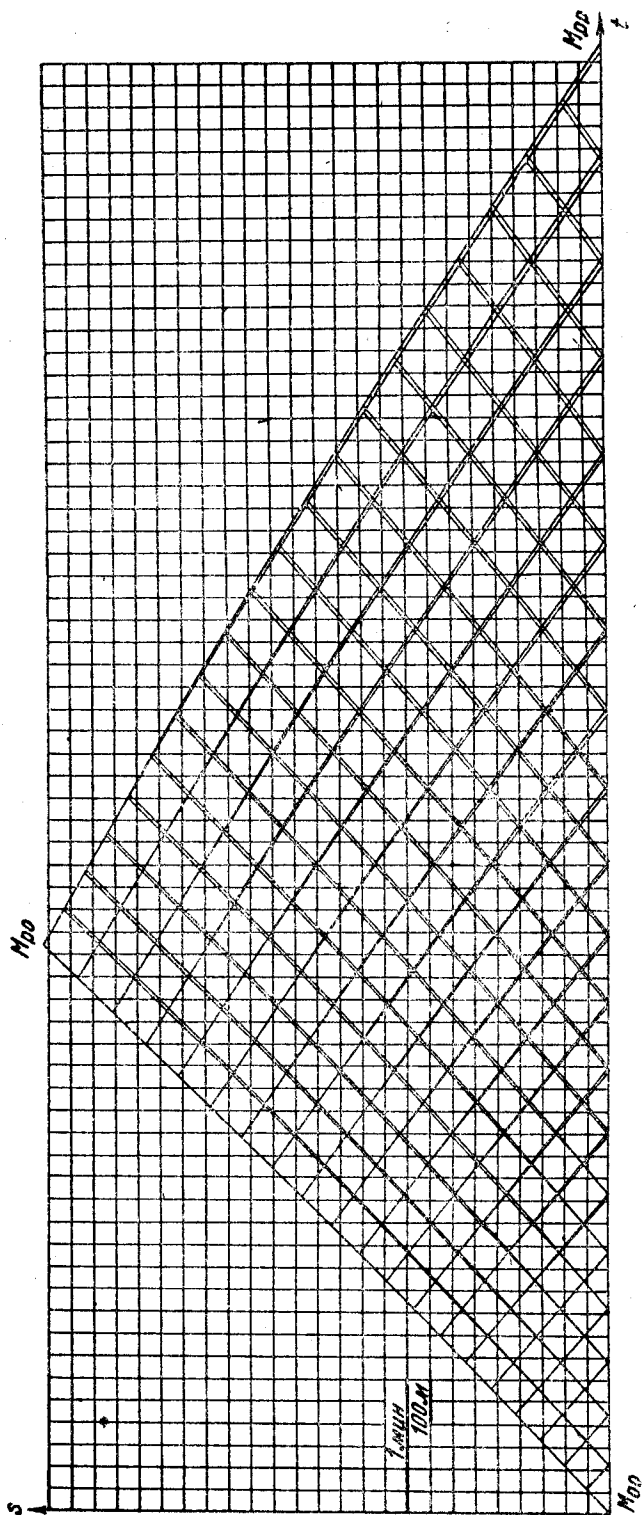
$$\frac{\partial s}{\partial \xi} - \frac{\partial s}{\partial \eta} = 0$$

при $\xi = -\eta$, откуда, пользуясь уравнениями (3.10), получим $\frac{\partial t}{\partial \xi} < 0$. Можно было бы также сразу воспользоваться формулой (3.54), принимая во внимание, что в рассматриваемом случае зависимость $\eta = \Psi(\xi)$ есть $\eta = -\xi$. Для построения первой и второй сетки ломаных линий, между которыми расположена сетка характеристик, пользуемся формулами (5.6), (5.7), (5.8), (5.10) и (5.11), причем значения W и Q выбираем в соответствии с табл. 5.

Результаты вычислений приведены в прил. IV. Сетки характеристик в плоскости ts нанесены на фиг. 62а. Из таблиц видно, что максимальная погрешность в определении сечения канала, в котором имеет место данная глубина и средняя скорость, не превосходит 1 м, а погрешность в определении соответствующего момента времени — 2 сек. При вычислении погрешности мы принимаем за истинные значения t и s полусумму соответствующих значений на первой и второй сетке. Начиная с момента $t^* = 1330$ сек. в канале возникает новая волна, а именно прямая волна понижения. Фронт этой волны распространяется вдоль установившегося движения (U_0, H_0) . На фиг. 62 эта волна изображается отрезком $M_{pp}M_{p0}$.

Уравнение этой волны будет:

$$\left. \begin{aligned} U - 2\sqrt{gH} &= 1.21 - 2\sqrt{1.66g}, \\ s &= (3\sqrt{gH} - 2\sqrt{1.66g} + 1.21)t + \varphi(H). \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$



Фиг. 62б. Первая и вторая сетки ломаных линий, между которыми расположена сетка характеристик (см. приложения, табл. IV). Погрешность растет с увеличением времени.

Волна (5.16) сопрягается с отраженной волной вдоль характеристики M_{pp} , M_{p0} . Соответствующие значения t , s , U и H вдоль этой характеристики даны в столбцах $l=20$ (см. прил. IV). Пользуясь этими значениями, можно вычислить значения $\varphi(H)$ и погрешность, с которой определены эти значения.

В момент $t=1730$ сек. вся отраженная волна обратится в прямую волну понижения. В канале будет распространяться установившееся движение (U_0, H_0) в виде прерывной волны и прямая волна понижения (5.16), нарушающая установившееся движение (U_0, H_0) ; эта волна заканчивается покоящейся жидкостью с глубиной $H_0 = 1.19$ м. Мгновенные профили волны в различные моменты времени легко построить, пользуясь таблицей прил. IV и формулой (5.16). Отметим, что рассмотренный пример отвечает в соответствующей задаче газовой динамики взрыву плоского заряда у стенки.